

令和6年度入学試験問題

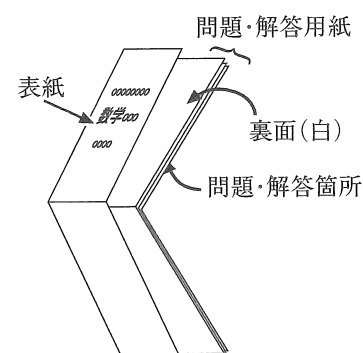
数 学 254

(後 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙は、解答開始の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は3枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。
指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。
裏面に解答したのも採点しない。
- 4 解答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙を含め、配付した用紙はすべて回収する。

表紙も問題・解答用紙もすべて
表面のみに印刷している。



数 学 254 その 1

第1問 曲線 $y = x^3 - 3x^2$ を C とする。 C 上の点 $P(4, 16)$ および C の変曲点 Q について、以下の問いに答えよ。

- (1) 点 Q における C の接線および法線の方程式を求めよ。
- (2) C 上の点 R が点 P と点 Q の間を動くとき、三角形 PQR の面積が最大となる点 R の x 座標 α を求めよ。
- (3) (2) の α に対して、定積分 $\int_{\alpha}^4 (x^3 - 3x^2) dx$ を求めよ。

[第1問の解答箇所]

数 学 254 その2

第2問 平行四辺形 $OABC$ において、辺 OA の中点を E 、辺 AB を $k:(1-k)$ に内分する点を F 、辺 BC を $1:2$ に内分する点を G 、対角線 AC と線分 OG の交点を P とする。ただし、 $0 < k < 1$ である。また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とし、 $|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{c}| = 1$ 、内積 $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$ とする。

- (1) \overrightarrow{OG} および \overrightarrow{OP} を \vec{a} 、 \vec{c} を用いて表せ。
- (2) $|\overrightarrow{EF}|^2$ および 内積 $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EP}$ を k を用いて表せ。
- (3) 平行四辺形 $OABC$ の面積を求めよ。
- (4) 平行四辺形 $OABC$ の面積が三角形 EFP の面積の 6 倍であるとき、 k の値を求めよ。

[第2問の解答箇所]

数 学 254 その3

第3問 $f(x) = x^2 - 3$ とおき、曲線 $y = f(x)$ を C とする。 $a_1 = 3$ とし、点 $(a_1, f(a_1))$ における C の接線と x 軸との交点の x 座標を a_2 とする。次に点 $(a_2, f(a_2))$ における C の接線と x 軸との交点の x 座標を a_3 とする。同様に、3 以上の自然数 n に対して、点 $(a_n, f(a_n))$ における C の接線と x 軸との交点の x 座標を a_{n+1} とする。

- (1) a_2, a_3 を求めよ。
- (2) 自然数 n に対して、 $a_n > \sqrt{3}$ を示せ。
- (3) $a_{n+1} - \alpha = \frac{1}{\beta}(a_n - \alpha) + \frac{3}{\beta}\left(\frac{1}{a_n} - \frac{1}{\alpha}\right)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす正の実数 α, β を求めよ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ の値を求めよ。

[第3問の解答箇所]